

物 理

第1問 質量 m の箱が摩擦のない滑らかな水平面上に静止していたとする。この箱を、時刻0から移動させ始めてちょうど時刻 T に距離 L だけ離れた地点を通過させることを考えよう。A, B, Cの3人がそれぞれ別々の力の加え方をして箱を移動させた。Aの箱は最初から最後まで一定の加速度で運動した。Bの箱は距離 $\frac{L}{2}$ の中間地点まで一定の加速度で加速し、中間地点以降はその時の速度で等速度運動をした。Cはばねを用いて移動させた。図1のように、ばねが自然長の状態で箱がゴール地点にあるようにセットし、そこからばねを長さ L だけ縮めて初速0で離れた。A, B, C全ての場合において、箱は時刻0で静止した状態から動き始め、一直線上を同じ向きに進み、時刻 T にスタート地点から同じ距離 L だけ離れた地点を通過した。

I Cが用いたばねのばね定数 k を m, T を用いて表せ。

II A, B, Cそれぞれの場合について、箱の速さ $v(t)$ を時刻 t ($0 \leq t \leq T$) の関数としてグラフにし、各々の場合の時刻 T における速さ $v(T)$ を T, L を用いて表せ。

III A, B, Cそれぞれの場合について、時刻 T までに箱にした仕事を m, T, L を用いて表し、どの場合が最も仕事が少なかったか答えよ。またそれぞれの場合について、箱にした仕事とIIで求めた速さ $v(T)$ との関係を求めよ。

IV 箱を静止した状態から動かし始め、最小の仕事でちょうど時刻 T に距離 L だけ離れた所を通過させるための力の加え方を求めたい。ただし、箱に加えることのできる最大の力を F_0 とし、 F_0 は A, B, C の加えたどの力よりも大きいとする。また運動の向きと逆向きの力を加えることはないとする。箱にする仕事が最小の場合について、箱に加えた力 $F(t)$ の時間変化をグラフにし、時刻 T までに箱にした仕事を答えよ。

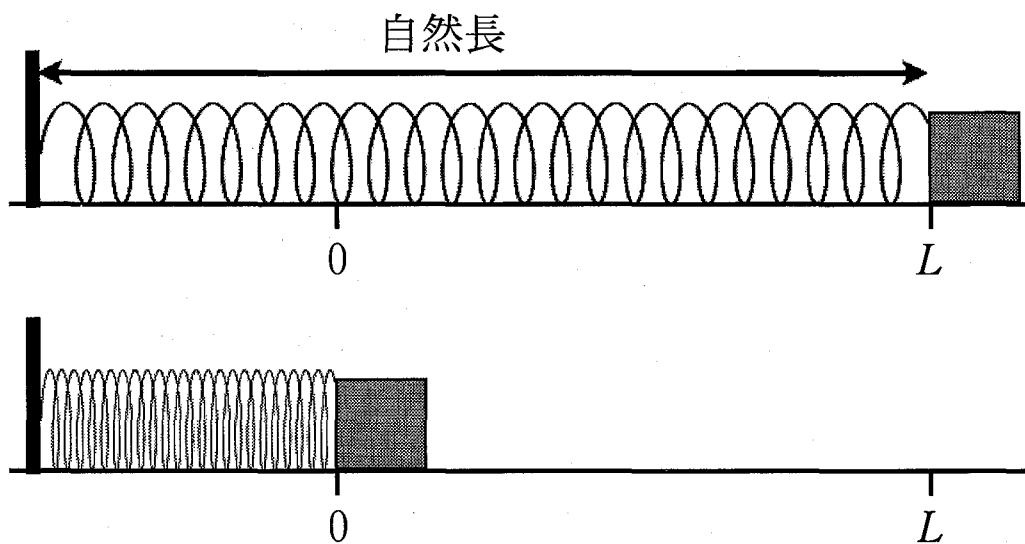


図 1

第2問 図2—1のように、電圧を自由に変えられる直流電源とコンデンサーAおよびコンデンサーBを直列につなぎ、コンデンサーAと並列にネオンランプをつなぐ。このネオンランプは図2—2に示す電圧—電流特性を持ち、端子間にかかる電圧が V_{on} に達すると点灯する。点灯したネオンランプは、電圧が V_{on} を下回っても発光を続けるが、電圧が V_{off} まで下がると消灯する。なお、ネオンランプの電気容量は無視できるものとし、コンデンサーA、Bの電気容量をそれぞれ C_A 、 C_B で表す。

I すべてのコンデンサーを放電させた後、電源電圧 V を0から少しずつ上げていくと、ある電圧 V_1 でネオンランプが点灯し、その後、消灯した。以下の間に答えよ。ただし、答は C_A 、 C_B 、 V_{on} 、 V_{off} を用いて表せ。また、ネオンランプが点灯してから消灯するまでの間、電源電圧は一定であるものとしてよい。

- (1) このときの電源電圧 V_1 を求めよ。
- (2) 点灯直前にコンデンサーA、Bに蓄えられていた静電エネルギーをそれぞれ W_A 、 W_B とおき、消灯直後にコンデンサーA、Bに蓄えられている静電エネルギーをそれぞれ W'_A 、 W'_B とおく。この間の静電エネルギーの変化 $\Delta W_A = W'_A - W_A$ および $\Delta W_B = W'_B - W_B$ を求めよ。
- (3) 電源は、電源内で負極から正極へ電荷を運ぶことにより、ネオンランプおよびコンデンサーにエネルギーを供給している。また、ネオンランプが点灯してから消灯するまでの間に電源が運んだ電荷の量は、この間にコンデンサーBに新たに蓄えられた電荷の量と等しい。ネオンランプが点灯してから消灯するまでの間に電源が供給したエネルギー W_E を求めよ。
- (4) 点灯してから消灯するまでの間にネオンランプから光や熱として失われたエネルギー W_N を求めよ。

II ネオンランプの消灯後，さらに電源電圧 V を V_1 から少しずつ上げていくと，ある電圧 V_2 でネオンランプが再び点灯し，その後，消灯した。以下の問に答えよ。

(1) 問 I において，点灯してから消灯するまでの間にネオンランプを通過した電荷の量を Q とする。電源電圧 V が V_1 を超えて V_2 に達するまでの間，コンデンサー A にかかる電圧 V_A を C_A , C_B , Q , V を用いて表せ。ただし，この間，ネオンランプに電流が流れることはないため，図 2—1 の回路は図 2—3 の回路と等価である。また，電荷がコンデンサーを通り抜けることはないため，コンデンサー A, B に蓄えられている電荷をそれぞれ Q_A , Q_B とおけば，コンデンサー A の下側の極板とコンデンサー B の上側の極板をつないだ部分に蓄えられた正味の電荷の量 $Q_B - Q_A$ は V によらず一定であり， Q と等しいことを用いてよい。

(2) 点灯時の電源電圧 V_2 を C_A , C_B , V_{on} , V_{off} を用いて表せ。

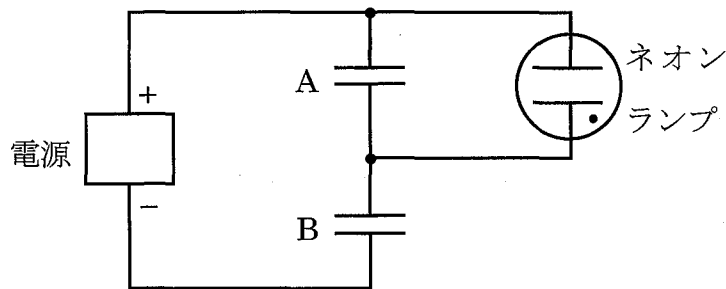


図 2—1

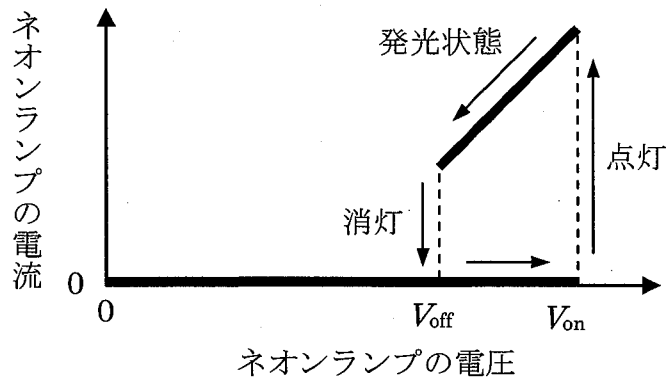


図 2—2

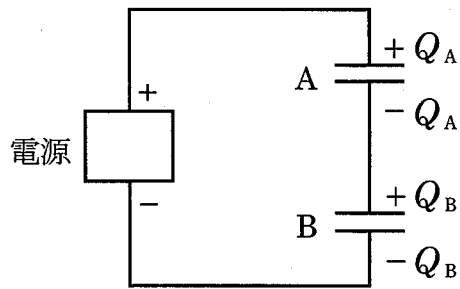


図 2—3

第3問 図3-1のように、十分な高さ L をもった、断面積 S の円筒容器に n モルの気体を入れて密閉し、気体の絶対温度を一定の値 T に保つ。このとき、一様な重力の作用下では、気体の密度は容器の底に近いほど大きく、密度に勾配のある状態になる。容器の底から測った高さを z 、単位体積あたりの気体のモル数を c とすれば、 c は z の関数とみなすことができ、関係式

$$c(z + \Delta z) - c(z) = -\alpha \Delta z c(z) \quad (*)$$

がよい近似でなりたつ。ここで、 Δz は高さの差であり、 α は高さ z によらない比例係数である。 $\alpha \Delta z$ は十分小さいものとする。また、気体1モルあたりの質量を m 、気体定数を R 、重力加速度の大きさを g とする。

I 容器内の気体を理想気体とみなして、以下の問に答えよ。

- (1) 高さ z における気体の圧力を $p(z)$ とする。 $p(z)$ を $c(z)$ 、 T および R を用いて表せ。
- (2) 図3-2のように、高さ z の位置にある、厚さ Δz 、断面積 S の気柱に注目する。ここで、高さ z 、 $z + \Delta z$ における気体の圧力はそれぞれ $p(z)$ 、 $p(z + \Delta z)$ である。また、気柱内の $c(z)$ の変化は十分小さく、気柱内の気体のモル数は $c(z)S\Delta z$ で与えられるものとする。この気柱にはたらく鉛直方向の力のつり合いを表す式を与えよ。
- (3) 上の(1)、(2)の結果から、関係式(*)の係数 α を m 、 g 、 T および R を用いて表せ。
- (4) 気体の温度が一様に 13°C の場合に、単位体積あたりの気体のモル数 c が0.10%減少するような高さの差 Δz を求めよ。ただし、気体1モルあたりの質量は $m = 1.3 \times 10^{-1} \text{ kg/mol}$ 、気体定数は $R = 8.3 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ 、重力加速度の大きさは $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とする。
- (5) 容器の底と上端での単位体積あたりの気体のモル数の差 $c(0) - c(L)$ を m 、 g 、 T 、 R 、 n および S を用いて表せ。

II 図3—3のように、軽くて変形しない小さな物体を容器内の気体の中に入れておいたところ、やがて高さ z_0 の位置で静止した。物体の体積を v 、質量を M とし、以下の問に答えよ。

- (1) 高さ z_0 における単位体積あたりの気体のモル数 $c(z_0)$ を M 、 v および m を用いて表せ。
- (2) 物体が高さ $z = z_0 + \Delta z$ ($\Delta z > 0$) にあるとき、物体にはたらく力 F の大きさを M 、 g 、 α および Δz を使って表し、また、その向きを答えよ。ただし、 Δz は十分小さく、関係式(*)がなりたつものとしてよい。

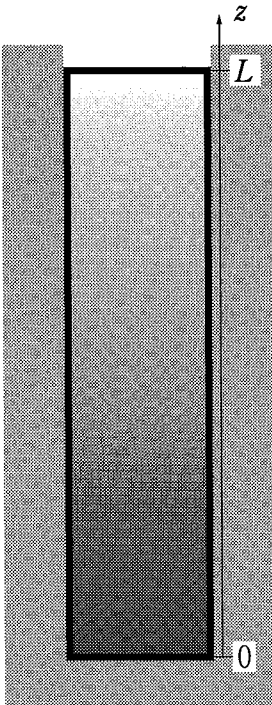


図3—1

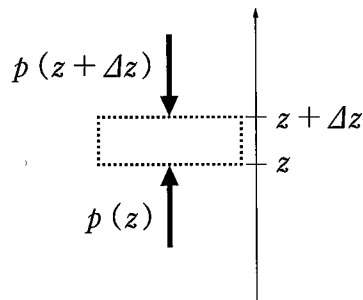


図3—2

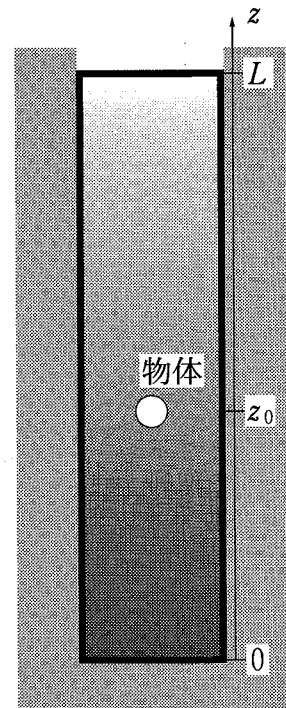


図3—3