

第 1 問

四角形 ABCD が、半径  $\frac{65}{8}$  の円に内接している。この四角形の周の長さが 44 で、辺 BC と辺 CD の長さがいずれも 13 であるとき、残りの 2 辺 AB と DA の長さを求めよ。

## 第 2 問

コンピュータの画面に、記号○と×のいずれかを表示させる操作をくり返し行う。このとき、各操作で、直前の記号と同じ記号を続けて表示する確率は、それまでの経過に関係なく、 $p$  であるとする。

最初に、コンピュータの画面に記号×が表示された。操作をくり返し行い、記号×が最初のものも含めて3個出るよりも前に、記号○が  $n$  個出る確率を  $P_n$  とする。ただし、記号○が  $n$  個出た段階で操作は終了する。

- (1)  $P_2$  を  $p$  で表せ。
- (2)  $P_3$  を  $p$  で表せ。
- (3)  $n \geq 4$  のとき、 $P_n$  を  $p$  と  $n$  で表せ。

第 3 問

$n$  を正の整数とする。実数  $x, y, z$  に対する方程式

$$x^n + y^n + z^n = xyz \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を考える。

- (1)  $n = 1$  のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす正の整数の組  $(x, y, z)$  で、 $x \leq y \leq z$  となるものをすべて求めよ。
- (2)  $n = 3$  のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす正の実数の組  $(x, y, z)$  は存在しないことを示せ。

第 4 問

$\theta$  は,  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  の範囲の角度を表す定数とする。 $-1 \leq x \leq 1$  の範囲で, 関数  $f(x) = |x + 1|^3 + |x - \cos 2\theta|^3 + |x - 1|^3$  が最小値をとるときの変数  $x$  の値を,  $\cos \theta$  で表せ。