第　1　問

座標平面の点(x, y)を$(3x+y, -2x)$へ移す移動fを考え，点Pが移る行き先を$f(\mathrm{P})$と表す。fを用いて直線l_0，l_1，l_2，… を以下のように定める。

・l_0は直線$3x+2y=1$である。

・点Pがl_n上を動くとき，$f(\mathrm{P})$が描く直線をl_{n+1}とする$(n=0, 1, 2, \cdots)$。

以下l_nを1次式を用いて$a_n x+b_n y=1$と表す。

(1)　a_{n+1}，b_{n+1}をa_n，b_nで表せ。

(2)　不等式$a_n x+b_n y>1$が定める領域をD_nとする。D_0，D_1，D_2，… すべてに含まれるような点の範囲を図示せよ。

第　2　問

白黒 2 種類のカードがたくさんある。そのうち k 枚のカードを手もとにもっているとき，次の操作(**A**)を考える。

(**A**)　手持ちの k 枚の中から 1 枚を，等確率 $\dfrac{1}{k}$ で選び出し，それを違う色のカードにとりかえる。

以下の問(1)，(2)に答えよ。

(1)　最初に白 2 枚，黒 2 枚，合計 4 枚のカードをもっているとき，操作(**A**)を n 回繰り返した後に初めて，4 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

(2)　最初に白 3 枚，黒 3 枚，合計 6 枚のカードをもっているとき，操作(**A**)を n 回繰り返した後に初めて，6 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

第　3　問

(1)　正八面体のひとつの面を下にして水平な台の上に置く。この八面体を真上から見た図(平面図)を描け。

(2)　正八面体の互いに平行な2つの面をとり，それぞれの面の重心をG_1，G_2とする。G_1，G_2を通る直線を軸としてこの八面体を1回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし八面体は内部も含むものとし，各辺の長さは1とする。

第　4　問

放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 P, Q がある。線分 PQ の中点の y 座標を h とする。

(1) 線分 PQ の長さ L と傾き m で，h を表せ。

(2) L を固定したとき，h がとりうる値の最小値を求めよ。

第　5　問

自然数 n に対し，$\dfrac{10^n-1}{9}=\overbrace{111\cdots111}^{n\text{ 個}}$ を $\boxed{n}$ で表す。たとえば $\boxed{1}=1$，$\boxed{2}=11$，$\boxed{3}=111$ である。

(1) m を 0 以上の整数とする。$\boxed{3^m}$ は 3^m で割り切れるが，3^{m+1} では割り切れないことを示せ。

(2) n が 27 で割り切れることが，$\boxed{n}$ が 27 で割り切れるための必要十分条件であることを示せ。

第　6　問

座標平面において，媒介変数 t を用いて

$$\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = t \sin t \end{cases} \qquad (0 \leqq t \leqq 2\pi)$$

と表される曲線が囲む領域の面積を求めよ。